

Türkiye Bilimsel ve Teknik Araştırma Kurumu
XIII. Ulusal Matematik Olimpiyatı
İkinci Aşama Sınavı

İkinci Gün
11 Aralık 2005

4. $5^m + 7^n = k^3$ eşitliğini sağlayan tüm (m, n, k) negatif olmayan tam sayı üçlülerini bulunuz.

5. Kenar uzunlukları a, b, c ve iç teğet çemberinin yarıçapı r olan bir üçgende,

$$\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \leq \frac{1}{4r^2}$$

olduğunu gösteriniz.

6. Terimleri tam sayılar olan bir $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ dizisinde, her $n \geq N$ için,

$$a_n = |\{ i \mid 1 \leq i < n \text{ ve } a_i + i \geq n \}|$$

olacak şekilde bir N pozitif tam sayısı varsa, $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ dizisinin en çok kaç değeri sonsuz kere alabileceğini belirleyiniz.

Sınav süresi 4 1/2 saattir.
Her soru 7 puan değerindedir.