

Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu

17. Ulusal Matematik Olimpiyatı

İkinci Aşama Sınavı

*Birinci Gün*

*5 Aralık 2009*

1.  $p^3 - 4p + 9$  un tam kare olmasını sağlayan tüm  $p$  asal sayılarını bulunuz.

2.  $\Gamma$ ,  $ABC$  üçgeninin çevrel çemberi;  $D$  ve  $E$  de, sırasıyla  $[AB]$  ve  $[AC]$  kenarları üstünde köşelerden farklı noktalar olsun.  $A'$ ,  $\widehat{BAC}$  nin açıortayının  $\Gamma$  yı ikinci kez kestiği nokta;  $P$  ve  $Q$  da, sırasıyla  $A'D$  ve  $A'E$  doğrularının  $\Gamma$  yı ikinci kez kestiği noktalar olsun.  $R$  ve  $S$ , sırasıyla  $APD$  ve  $AQE$  üçgenlerinin çevrel çemberlerinin  $AA'$  doğrusunu ikinci kez kestikleri noktalar ise;  $DS$  ve  $ER$  doğrularının,  $\Gamma$  ya  $A$  da teğet olan doğru üstünde bir noktada kesiştiğini gösteriniz.

3. Bir beldenin Elektrik İşleri görevlisi Ahmet,  $k$  gün boyunca her gün, ya seçtiği bir direk ile yine kendisinin seçtiği istediği sayıda direk arasına birer tel bağlıyor, ya da en çok 17 direk ikilisi seçip her ikiliye ait direkler arasına birer tel bağlıyor. Beldenin Boya İşleri görevlisi Berna da, beldede kaç direk olursa olsun ve Ahmet telleri nasıl bağlarsa bağlasın, beldedeki tüm direklerin en çok 2009 renk kullanarak ve aralarına tel bağlanmış herhangi iki direk aynı renkte olmayacak biçimde boyanabileceğini iddia ediyor.  $k$  nin, Berna'nın iddiasının doğru olmasını sağlayan en büyük değerini belirleyiniz.

---

*Sınav süresi 4 1/2 saattir.  
Her soru 7 puan değerindedir.*