

ÖNERMELER

ÖRNEK

- " 4 asal bir sayıdır."
- " 5 tek sayıdır. "
- " $4^2 = 16$ "
- " $8 + 1 < 7$ "
- " İnsan da diğer bütün ürünler gibi son kullanım tarihi olan bir üründür."
- " SPOROTO Süper ligde kaç takım vardır?"

TANIM

Doğru ya da yanlış hüküm bildiren ifadelere **önerme** denir.

ÖRNEK

- " Gazete okuyunuz."
- " Kaç yaşındasınız? "
- " Büyük adam! "
- " Yarın yağmur yağacak. "
- " Fenerbahçe 2107'de Şampiyonlar Ligi Kupasını alacak."
- " Bütün Giritliler yalancıdır. " (Giritli Epidemics)

NOT

Genel olarak ünlem, istek, soru, emir ifadeleri ve çelişkili ifadeler önerme belirtmezler.

ÖNERMELERİN GÖSTERİLİŞİ

Önermeler p, q, r, s, ... gibi harflerle gösterilir.

p : " Gümüşhane, Karadeniz Bölgesi'ndedir."

q : " Ağrı Dağı Türkiye'nin en yüksek dağıdır."

ÖNERMELERİN DOĞRULUK DEĞERİ VE TABLOSU

p : " İklim, bir coğrafya terimidir. " $p = 1$

q : " Fenerbahçe, 2010 yılında UEFA kupasını aldı." $q = 0$

TANIM

Bir önermenin doğru ya da yanlış olmasına önermenin doğruluk değeri denir. Önerme doğru ise doğruluk değeri " D " harfi ya da " 1 " ile, önerme yanlış ise " Y " harfi ya da " 0 " ile gösterilir.

ÖRNEK

Aşağıdaki ifadelerin önerme olup olmadığını inceleyiniz. Önerme olanların doğruluk değerlerini söyleyiniz.

- " Türkiye'nin en kalabalık şehri İstanbul'dur."
- " Bir üçgenin dört kenarı vardır. "
- " Pamuk yenilebilir bir bitkidir. "
- " Lütfen ders çalışınız. "
- " Sinemaya gidelim."
- " Ne içmek istersiniz? "
- " Her dörtgen karedir. "
- " $8 = 24 - (8.2)$ "

p	p	p
Doğru	D	1
Yanlış	Y	0

$$2^1 = 2$$

p	q
1	1
1	0
0	1
0	0

$$2^2 = 4$$

p	q	r
1	1	1
1	1	0
1	0	1
1	0	0
0	1	1
0	1	0
0	0	1
0	0	0

$$2^3 = 8$$

p	q	r	s
1	1	1	1
1	1	1	0
1	1	0	1
1	1	0	0
1	0	1	1
1	0	1	0
1	0	0	1
1	0	0	0
-	-	-	-
-	-	-	-

$$2^4 = 16$$

NOT

n önermenin karşılıklı doğruluk değerleri : 2^n değişik biçimde incelenir.

ÖRNEK

p, q, r, s, t, k önermeleri için doğruluk değeri kaç tanedir?

ÇÖZÜM

ÖRNEK

n – 1 tane önerme için 256 farklı doğruluk değeri varsa n kaçtır?

ÇÖZÜM

DENK ÖNERMELER

Doğruluk değerleri aynı olan önermelere denk önermeler denir. **p ile q** gibi iki önermenin denkliği $p \equiv q$ biçiminde gösterilir.

ÖRNEK

p : " 6 asal sayıdır. "

q : " 21 tek sayıdır. "

r : " Pırasa bir meyvedir. "

s : " $3 \cdot (-5) = -15$ "

BİR ÖNERMENİN OLUMSUZU (DEĞİLİ)

ÖRNEK

p : " 6 doğal sayıdır. " $p \equiv 1$ p' : " 6 doğal sayı değildir. " $p' \equiv 0$

q : " $3^2 = 8$ " $q \equiv 0$ q' : " $3^2 \neq 8$ " $q' \equiv 1$

r : " $4 \geq 12$ " $r \equiv 0$ r' : " $4 < 12$ " $r' \equiv 1$

s : " $7 < 9$ " $s \equiv 1$ s' : " $7 \geq 9$ " $s' \equiv 0$

t : " $5 > 6$ " $t \equiv 0$ t' : " $5 \leq 6$ " $t' \equiv 1$

TANIM

Bir önermenin hükmünün olumsuzu alınarak elde edilen yeni önermeye bu önermenin olumsuzu (değili) denir ve bir p önermesinin değili (olumsuzu) p' biçimde gösterilir.

NOT

Bir önermenin olumsuzunun olumsuzu kendisidir. $(p')' \equiv p$

ÖRNEK

p : " 6 doğal sayıdır. " $p \equiv 1$

p' : " 6 doğal sayı değildir. " $p' \equiv 0$

$(p')'$: " 6 doğal sayıdır. " $(p')' \equiv 1$

p	p'	(p')'
1	0	1
0	1	0

BİLEŞİK ÖNERME

İki ya da daha çok önermenin "ve", "veya", "ise", "ancak ve ancak" bağlaçlarından bir ya da daha fazlasıyla oluşturulan yeni önermeye **bileşik önerme** denir.

- p ve q $\longrightarrow p \wedge q$
- p veya q $\longrightarrow p \vee q$
- p ise q $\longrightarrow p \Rightarrow q$
- p ancak ve ancak q $\longrightarrow p \Leftrightarrow q$

" ^ ", " v " BAĞLAÇLARI KULLANILARAK YAPILAN BİLEŞİK ÖNERME

ÖRNEK

"Ali ve Ayşe tahtaya kalktı." bileşik önermesini inceleyelim.

p : "Ali tahtaya kalktı. "

q : "Ayşe tahtaya kalktı "

- Ali ve Ayşe tahtaya kalkmışsa bileşik önerme doğrudur.
- Ali tahtaya kalkmış, Ayşe tahtaya kalkmamış ise bileşik önerme yanlıştır.
- Ali tahtaya kalkmamış, Ayşe tahtaya kalkmış ise bileşik önerme yanlıştır.
- Her ikisi de tahtaya kalkmamış ise bileşik önerme yanlıştır.

TANIM

$p \wedge q$ bileşik önermesi, p ile q önermelerinin her ikisi de doğru iken doğru, diğer durumlarda yanlıştır.

p	q	$p \wedge q$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

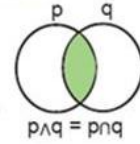
✓ $p \wedge 1 \equiv p$ (sağlaması) $\begin{matrix} p=1 \text{ ise } 1 \wedge 1=1 \\ p=0 \text{ ise } 0 \wedge 1=0 \end{matrix}$

✓ $p \wedge 0 \equiv 0$ (sağlaması) $\begin{matrix} p=1 \text{ ise } 1 \wedge 0=0 \\ p=0 \text{ ise } 0 \wedge 0=0 \end{matrix}$

✓ $p \wedge p' \equiv 0$ (sağlaması) $\begin{matrix} p=1 \text{ ise } 1 \wedge 0=0 \\ p=0 \text{ ise } 0 \wedge 1=0 \end{matrix}$

✓ "Ve = Her ikisi" demektir.

✓ (\wedge) ve işlemi, kümelerdeki (\cap) kesişim işlemine benzer.



ÖRNEK

"Ali veya Ayşe tahtaya kalktı." bileşik önermesini inceleyelim.

p : "Ali tahtaya kalktı. "

q : "Ayşe tahtaya kalktı "

- Ali ve Ayşe tahtaya kalkmışsa bileşik önerme doğrudur.
- Ali tahtaya kalkmış, Ayşe tahtaya kalkmamış ise bileşik önerme doğrudur.
- Ali tahtaya kalkmamış, Ayşe tahtaya kalkmış ise bileşik önerme doğrudur.
- Her ikisi de tahtaya kalkmamış ise bileşik önerme yanlıştır.

TANIM

$p \vee q$ bileşik önermesi, p ile q önermelerinin her ikisi de yanlış iken yanlış, diğer durumlarda doğrudur.

p	q	$p \vee q$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

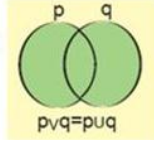
✓ $p \vee 1 \equiv 1$ (sağlaması) $\begin{matrix} p=1 \text{ ise } 1 \vee 1=1 \\ p=0 \text{ ise } 0 \vee 1=1 \end{matrix}$

✓ $p \vee 0 \equiv p$ (sağlaması) $\begin{matrix} p=1 \text{ ise } 1 \vee 0=1 \\ p=0 \text{ ise } 0 \vee 0=0 \end{matrix}$

✓ $p \vee p' \equiv 1$ (sağlaması) $\begin{matrix} p=1 \text{ ise } 1 \vee 0=1 \\ p=0 \text{ ise } 0 \vee 1=1 \end{matrix}$

✓ "Veya = En az biri" demektir.

✓ "Veya işlemi, kümelerdeki (U) bileşim işlemine benzer."



ÖRNEK

$$[(1 \vee 0) \wedge (0)'] \vee 0 \equiv ?$$

ÇÖZÜM

ÖRNEK

$$(0 \vee 0)' \wedge [1 \vee (0 \wedge 1)] \equiv ?$$

ÇÖZÜM

ÖRNEK

$$\{[p \wedge (0 \vee 1)'] \vee [(q \wedge q) \vee 0]\} \wedge q' \text{ önermesinin sade hali nedir?}$$

ÇÖZÜM

ÖRNEK

$$[p \vee (p \wedge 0)]' \wedge [(p \vee 0') \wedge (p' \vee p')] \text{ nin en sade hali nedir?}$$

ÇÖZÜM

ÖRNEK

$$p' \vee q \equiv 0 \text{ ise } p \wedge q' \equiv ?$$

ÇÖZÜM

ÖRNEK

$$(p' \wedge q)' \wedge q \equiv 1 \text{ ise } (p \wedge q) \vee q' \equiv ?$$

ÇÖZÜM

ÖRNEK

$$(p' \vee q) \wedge (q' \wedge r) \equiv 1 \text{ ise}$$

$$[(r \wedge p') \vee (q \wedge r')] \wedge (p \vee q') \equiv ? \text{ (doğruluk değeri nedir?)}$$

ÇÖZÜM

" \wedge ", " \vee " BAĞLAÇLARI KULLANILARAK YAPILAN BİLEŞİK ÖNERMELERİN ÖZELLİKLERİ

1.TEK KUVVET ÖZELİĞİ

$$p \vee p \equiv p$$

$$p \wedge p \equiv p$$

2.DEĞİŞME ÖZELİĞİ

$$p \vee q \equiv q \vee p$$

$$p \wedge q \equiv q \wedge p$$

3.BİRLEŞME ÖZELİĞİ

$$(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$$

$$(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$$

4.DAĞILMA ÖZELİĞİ

$$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$

$$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$$

5.DE MORGAN KURALI

✓ $(p \vee q)' \equiv p' \wedge q'$

ÖRNEK

k : "Uzunluk ölçüsü birimi metredir veya negatif sayılar sıfırdan küçüktür." önermesinin olumsuzunu yazınız.

✓ $(p \wedge q)' \equiv p' \vee q'$

ÖRNEK

$q \wedge (p \vee r')$ önermesinin değilini yazarsanız mesut ve bahtiyar olacağım.

ÇÖZÜM

ÖRNEK

$[p \vee (p \wedge q)] \wedge p$ önermesinin en sade halini yazınız.

ÇÖZÜM

ÖRNEK

$[p \wedge (q \vee r')] \vee (p \wedge r)$ önermesinin en sade halini yazınız.

ÇÖZÜM

ÖRNEK

$[(p \vee 1) \wedge p'] \vee (p \wedge 1)$ önermesinin en sade hali nedir?

ÇÖZÜM

ÖRNEK

$(q \vee p') \wedge (p' \wedge q')$ önermesinin en sade hali nedir?

ÇÖZÜM

ÖRNEK

$(p' \vee q)' \vee (q \wedge p)$ önermesinin en sade hali nedir?

ÇÖZÜM

ÖRNEK

$[p' \vee (r \wedge q)'] \vee (p \vee r)$ önermesinin en sade hali nedir?

ÇÖZÜM

ÖRNEK

$[p \wedge (q \vee p')]' \wedge (q \vee 0)$ önermesinin en sade hali nedir?

ÇÖZÜM

ÖRNEK

$[(p' \wedge q')' \wedge (p \vee q')] \vee (p' \wedge 1)$ önermesinin en sade hali nedir?

ÇÖZÜM

TOTOLOJİ VE ÇELİŞKİ

Bir bileşik önerme, bütün doğruluk değerleri için her zaman doğru oluyorsa bu önermeye **totoloji (1)**, her zaman yanlış oluyorsa bu bileşik önermeye **çelişki (0)** denir.

✓ $p \vee p' \equiv 1$

p	p'	$p \vee p'$
1	0	1
0	1	1

(Totoloji)

✓ $p \wedge p' \equiv 0$

p	p'	$p \wedge p'$
1	0	0
0	1	0

(Çelişki)

ÖRNEK

$(p' \wedge q) \wedge (p \vee q)'$ önermesinin çelişki olduğunu gösteriniz.

ÇÖZÜM

ÖRNEK

$p \vee [(q \wedge p') \vee q']$ önermesinin totoloji olduğunu gösteriniz.

ÇÖZÜM

ÖRNEK

$[p' \wedge (q \vee p)] \wedge (p \vee q)'$ önermesinin çelişki olduğunu gösteriniz.

ÇÖZÜM

KOŞULLU ÖNERME

ÖRNEK

Bir siyasetçi, "Eğer başbakan olursam, fiyatlar düşecek." diyor. Bileşik önermesini inceleyelim.

p : "Siyasetçi başbakan seçildi."

q : "Fiyatlar düşecek."

- Siyasetçinin başbakan seçildiğini ve fiyatların düştüğünü varsayalım. Siyasetçi sözünü tutmuştur, önerme doğrudur.
- Siyasetçinin başbakan seçildiğini ama fiyatların düşmediğini varsayalım. Siyasetçi sözünü tutmamıştır, önerme yanlıştır.
- Siyasetçinin başbakan seçilmemesi durumunda sözünü tutmadığı konusunda bir şey diyemeyeceğimizden dolayı $p \Rightarrow q$ önermesi **doğru kabul** edilir.

ÖRNEK

"Ahmet çok çalışırsa bir ev satın alacak" önermesinde

p : "Ahmet çok çalıştı." ve

q : "Ahmet bir ev satın aldı." olsun. Buna göre;

1) Ahmet çok çalışıp bir ev satın alırsa sözünü tutmuş

olacağından $p \Rightarrow q$ önermesi doğru olur.

$$1 \Rightarrow 1 = 1 \text{ (doğru)}$$

2) Ahmet çok çalışıp bir ev satın alamazsa sözünü tutmamış

olacağından $p \Rightarrow q$ önermesi yanlış olur.

$$1 \Rightarrow 0 = 0 \text{ (yanlış)}$$

3) Ahmet çok çalışmayıp bir ev satın alırsa sözünü tutmuş

olacağından $p \Rightarrow q$ önermesi doğru olur.

$$0 \Rightarrow 1 = 1 \text{ (doğru)}$$

4) Ahmet çok çalışmayıp bir ev satın alamazsa, yaptığı

davranış mantıklı olacağından $p \Rightarrow q$ önermesi doğru olur.

$$0 \Rightarrow 0 = 1 \text{ (doğru)}$$

TANIM

$p \Rightarrow q$, (p ise q) bileşik önermesine koşullu önerme denir.

p	q	$p \Rightarrow q$	✓	$p \Rightarrow p \equiv 1$ (sağlaması)	$p=1$ ise $1 \Rightarrow 1 = 1$ $p=0$ ise $0 \Rightarrow 0 = 1$
1	1	1	✓	$p \Rightarrow p' \equiv p'$ (sağlaması)	$p=1$ ise $1 \Rightarrow 0 = 0$ $p=0$ ise $0 \Rightarrow 1 = 1$
1	0	0	✓	$p \Rightarrow 1 \equiv 1$ (sağlaması)	$p=1$ ise $1 \Rightarrow 1 = 1$ $p=0$ ise $0 \Rightarrow 1 = 1$
0	1	1	✓	$1 \Rightarrow p \equiv p$ (sağlaması)	$p=1$ ise $1 \Rightarrow 1 = 1$ $p=0$ ise $1 \Rightarrow 0 = 0$
0	0	1	✓	$p \Rightarrow 0 \equiv p'$ (sağlaması)	$p=1$ ise $1 \Rightarrow 0 = 0$ $p=0$ ise $0 \Rightarrow 0 = 1$
			✓	$0 \Rightarrow p \equiv 1$ (sağlaması)	$p=1$ ise $0 \Rightarrow 1 = 1$ $p=0$ ise $0 \Rightarrow 0 = 1$

NOT

✓ $p \Rightarrow q \equiv p' \vee q$

✓ $(p \Rightarrow q)' \equiv p \wedge q'$

✓ $p \Rightarrow q \equiv q' \Rightarrow p'$

ÖRNEK

$(p \Rightarrow q) \vee p \equiv 1$ olduğunu gösteriniz.

ÇÖZÜM

ÖRNEK

$[p \wedge (p \Rightarrow q)] \Rightarrow q$ önermesinin en sade hali nedir?

ÇÖZÜM

ÖRNEK

$[(q \vee r) \Rightarrow (q' \wedge r)] \Rightarrow (p \wedge q')$ ifadesinin en sade hali nedir?

ÇÖZÜM

ÖRNEK

2010 LYS

p, q ve r önermelerinin değerleri sırasıyla p', q', r' ile gösterildiğine göre, aşağıdakilerden hangisi

$$p \vee q \Rightarrow q \wedge r$$

önermesine denktir?

- A) $p' \wedge q' \Rightarrow q' \vee r'$
- B) $p' \wedge q' \Rightarrow q' \wedge r'$
- C) $p' \vee q' \Rightarrow q' \wedge r'$
- D) $q' \wedge r' \Rightarrow p' \vee q'$
- E) $q' \vee r' \Rightarrow p' \wedge q'$

ÇÖZÜM

KOŞULLU ÖNERMENİN KARŞITI, TERSİ, KARŞIT TERSİ

TANIM

$p \Rightarrow q$ koşullu önermesi verilesin.

- a) $q \Rightarrow p$ önermesine $p \Rightarrow q$ koşullu önermesinin **karşiti** denir.
- b) $p \Rightarrow q'$ önermesine $p \Rightarrow q$ koşullu önermesinin **tersi** denir.
- c) $q' \Rightarrow p'$ önermesine $p \Rightarrow q$ koşullu önermesinin **karşit tersi** denir.

ÖRNEK

"Bir üçgenin kenarları eş ise açıları eşittir." önermesinde ;

- a) **Karşiti** : "Bir üçgenin açıları eş ise kenarları eşittir."
- b) **Tersi** : "Bir üçgenin kenarları eş değil ise açıları eş değildir."
- c) **Karşit Tersi** : "Bir üçgenin açıları eş değil ise kenarları eş değildir."

ÖRNEK

"Ali zeki ise çalışkandır." önermesinin tersine denk olan ifade aşağıdakilerden hangisidir?

- A) Ali zekidir veya çalışkan değildir.
- B) Ali çalışkan ise zekidir.
- C) Ali zeki değil ise çalışkandır.
- D) Ali ne zeki ne de çalışkandır.
- E) Ali çalışkan değil ise zekidir.

ÇÖZÜM

ÖRNEK

$p \Rightarrow q'$ koşullu önermesinin karşıt tersi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $q \Rightarrow p'$
- B) $q \Rightarrow p$
- C) $p' \Rightarrow q$
- D) $q' \Rightarrow p$
- E) $p' \Rightarrow q'$

ÇÖZÜM

ÖRNEK

$[(q' \Rightarrow p') \vee (p \Rightarrow q)] \Rightarrow (p \wedge q)$ ifadesinin en sade şekli nedir?

ÇÖZÜM

İKİ YÖNLÜ KOŞULLU ÖNERME

ÖRNEK

p : "ABC üçgeni eşkenar üçgendir. "

q : "ABC üçgeninin iç açıları eşittir.. "

$p \Rightarrow q$: "ABC üçgeni eşkenar üçgen ise ABC üçgeninin iç açıları eşittir."

$q \Rightarrow p$: "ABC üçgeninin iç açıları eş ise ABC üçgeni eşkenar üçgendir."

$p \Rightarrow q$ önermesi ile $q \Rightarrow p$ karşıt önermesinin ve (\wedge) bağlacı ile bağlanmasıyla elde edilen bileşik önerme, $p \Leftrightarrow q$ iki yönlü koşullu önermesi biçimde ifade edilir.

ABC üçgeni eşkenar üçgendir, ancak ve ancak ABC üçgeninin iç açıları eş ise.

p			\Leftrightarrow	q		
p	q	$p \Leftrightarrow q$				
1	1	1	✓	$p \Leftrightarrow 1$		
1	0	0	✓	$p \Leftrightarrow 0$		
0	1	0	✓	$p \Leftrightarrow p'$		
0	0	1	✓	$p \Leftrightarrow p$		
			✓	$0 \Leftrightarrow p$		
			✓	$1 \Leftrightarrow p$		

NOT

$$\bullet p \Leftrightarrow q \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$$

$$\bullet (p \Leftrightarrow q)' \equiv p' \Leftrightarrow q' \equiv p \Leftrightarrow q' \equiv (p \wedge q') \vee (p' \wedge q)$$

(Doğruluk tablosu ile gösteriniz.)

ÖRNEK

$[(1 \Leftrightarrow 0') \Rightarrow (1 \Leftrightarrow 0)] \vee (0 \Leftrightarrow 1)$ ifadesinin değeri nedir?

ÇÖZÜM

ÖRNEK

$[(q \Leftrightarrow 1) \Rightarrow (p \Leftrightarrow p)] \vee (r \Leftrightarrow r')$ ifadesinin değeri nedir?

ÇÖZÜM

ÖRNEK

$[(p \Rightarrow p') \wedge (p \Leftrightarrow 0)] \Leftrightarrow p$ ifadesinin değeri nedir?

ÇÖZÜM

ÖRNEK

$(p \Leftrightarrow q) \vee p'$ ifadesinin en sade şekli nedir?

ÇÖZÜM

ÖRNEK

$[(p \vee q) \Leftrightarrow p] \Rightarrow q'$ ifadesinin en sade şekli nedir?

ÇÖZÜM

ÖRNEK

Aşağıdakilerden hangisi tautolojidir?

- A) $p \Leftrightarrow 0$ B) $p \Leftrightarrow 1$ C) $p \Leftrightarrow p'$
D) $p \Leftrightarrow p$ E) $p \Rightarrow 0$

ÖRNEK

Aşağıdakilerden hangisi çelişkidir?

- A) $p \Rightarrow p$ B) $0 \Rightarrow p$ C) $1 \Rightarrow p$
D) $p \Rightarrow 1$ E) $p \Leftrightarrow p'$

GEREKTİRME VE ÇİFT GEREKTİRME

Doğruluk değeri 1(Bir) olan $p \Rightarrow q$ koşullu önermesine **gerektirme** denir. $p \Rightarrow q$ gerektirmesi " p gerektirir q " diye okunur.

ÖRNEK

Aşağıdaki koşullu önermelerin doğruluk değeri 1 (doğru) olduğundan bu koşullu önermeler birer gerektirmedir.

a) " $x.y = 0 \Rightarrow x = 0$ veya $y = 0$ "

b) " $x = 3 \Rightarrow x^2 = 9$ "

Doğruluk değeri 1(Bir) olan $p \Leftrightarrow q$ iki yönlü koşullu önermesine **çift gerektirme** denir. $p \Leftrightarrow q$ çift gerektirmesi " p çift gerektirir q " diye okunur.

ÖRNEK

Aşağıdaki iki yönlü koşullu önermelerin doğruluk değeri 1 (doğru) olduğundan önermeler birer çift gerektirmedir.

a) " $x^3 = 64 \Leftrightarrow x = 4$ "

b) " ABC dik üçgeninde $m(\hat{A}) = 90^\circ \Leftrightarrow a^2 = b^2 + c^2$ "

ÖRNEK

" $x^2 = 25 \Leftrightarrow x = 5$ " önermesi bir çift gerektirme değildir.

Çünkü ; $(x = 5 \Rightarrow x^2 = 25) \equiv 1$

$(x^2 = 25 \Rightarrow x = 5) \equiv 0$ ($x = 5$ veya $x = -5$ olmalıydı.)

ÖRNEK

$(x = 2) \Leftrightarrow (4x - 1 = 7)$ önermesi bir çift gerektirme midir?

ÇÖZÜM

AÇIK ÖNERME

İçinde en az bir değişken bulunan ve bu değişkene verilen değerlere göre doğru ya da yanlış olduğu kesinlikle açıklanabilen ifadelerle açık önerme denir.

İçinde yalnız x değişkeni bulunan açık önerme $p(x)$, x ve y değişkeni bulunan bir açık önermede $p(x, y)$ biçiminde gösterilir.

ÖRNEK

$p(x) : "2x + 3 < 4"$

$p(x, y) : "5x + 3y < 6"$

DOĞRULUK (ÇÖZÜM) KÜMESİ

Verilen bir açık önermeyi, seçilen bir evrensel kümede doğrulayan elamanların kümesine doğruluk kümesi denir.

ÖRNEK

$p(x)$: " x bir sayıdır. " Bu önermeyi;

- a) Doğru önerme yapan
- b) Yanlış önerme yapan birer örnek veriniz.

ÇÖZÜM

a) $x = 4$ için $p(4)$: " 4 bir sayıdır. " $p(4) \equiv 1$

b) x yerine gül yazarsak $p(\text{gül})$: " gül bir sayıdır. " $p(\text{gül}) \equiv 0$

ÖRNEK

$A = \{ 1, 2, 3, 4 \}$ kümesi ile $p(x)$: " $x + 1 < 5$ " önermesi veriliyor.

- a) $p(x)$ açık önermesinin doğruluk kümesini bulunuz.
- b) $p(x)$ açık önermesini yanlış önerme yapan bir örnek veriniz.

ÇÖZÜM

ÖRNEK

$p(x, y)$: " $2x - y < 5$ " önermesi veriliyor.

- a) $p(5, 1) \equiv ?$
- b) $p(3, 4) \equiv ?$

ÇÖZÜM

NİCELEYİCİLER

" **Bazı** " ve " **Her** " sözcüklerine matematikte kullanılan niceleyiciler denir.

● " **Bazı** " sözcüğü " en az bir " anlamındadır. Bu niceleyiciye **varlıksal niceleyici** denir. Bu sözcük \exists simgesi ile gösterilir.

Örneğin; " Bazı sayılar tekler. " önermesi " \exists sayılar tekler. " biçiminde yazılır.

● " **Her** " sözcüğü " bütün " anlamındadır. Bu niceleyiciye **evrensel niceleyici** denir. Bu sözcük \forall simgesi ile gösterilir.

ÖRNEK

x bir tam sayı olduğuna göre aşağıdaki önermelerin doğruluk değerlerini yazınız.

- a) " $\exists x, x + 1 < 0$ " b) " $\forall x, x^2 \geq 0$ " c) " $\forall x, x^2 + 1 > 3$ "

ÇÖZÜM

NİCELEYİCİ İLE İFADE EDİLEN BİR ÖNERMENİN OLUMSUZU (DEĞİLİ)

Bir $p(x)$ açık önermesinin olumsuzu $p'(x)$ ile gösterilir.

$$[\forall x, p(x)]' \equiv \exists x, p'(x)$$

$$[\exists x, p(x)]' \equiv \forall x, p'(x)$$

ÖRNEK

Aşağıda verilen önermeleri olumsuzlarını yazınız.

- " $\exists x, x^2 + 1 < 0$ "
- " $\forall x, 2x - 3 \geq 4$ "
- " Bazı sayılar asaldır. "
- " $\forall x, 2x - 13 = 3$ "

ÇÖZÜM

ÖRNEK

" $(\exists x, 2x - 3 = 4) \wedge (\forall x, x^2 - 1 < 3)$ " bileşik önermesinin olumsuzunu (değilini) yazınız.

ÇÖZÜM

ÖRNEK

" $(\exists x, x > x^2) \Rightarrow (\forall x, x^2 + 1 > 0)$ " bileşik önermesinin olumsuzunu (değilini) yazınız.

ÇÖZÜM