DERS: MATEMATİK
KONU: POLİNOMLAR
HAZIRLAYAN: HAKAN KÖKÇÜ
Program adı: Microsoft Office Power Point

POLİNOMLAR

$a_0, a_1, a_2, ..., a_n$ gerçel sayılar ve $n \in N$ olmak üzere;

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + ... + a_1 x + a_0$$

biçimindeki ifadelere, **gerçel(reel) katsayılı polinom** denir. $a_n x^n$ teriminde a_n sayısına katsayı, n'ye de terimin derecesi denir. En büyük dereceli terimin derecesi, polinomun derecesidir ve kısaca **"der"** ile gösterilir

ŞİMDİ BİR KAÇ ÖRNEĞİ İNCELEYELİM.

- $\frac{3}{2}x^4 + 5x^2 - 7x + 6$ **4.ncü dereceden polinom**
- $\frac{1}{2}x^3 + \sqrt{3}\,x^2 - 7x + 5$ **3.ncü dereceden polinom**
- **$Q(x) = 2x+1$, 1.nci dereceden polinom ($der(Q(x))=1$)**
- $2x + \frac{1}{x}$ **polinom değil.**
- $\sqrt{2x} + x^2 - 5x + 3$ **polinom değil.**
- **$P(x) = 7$ 0.nci dereceden polinom ($der(P(x)) = 0$)**

SABİT POLİNOM

$P(x) = a$,($a \in R$) polinomuna sabit polinom denir. Sabit polinomun derecesi 0’dır.

Örnek:

$P(x) = 4$, der(P(x)) = 0

$R(x) = \sqrt[3]{2}$, der(R(x)) = 0

gibi...

NOT: $P(x) = 0$ polinomu sabit polinomdur, ama $P(x)=0=0.x^0=0.x^1=0.x^5=$....olduğundan derecesi yoktur.(Sıfır polinomu)

İKİ DEĞİŞKENLİ POLİNOMLAR

$P(x,y)=x^3y^2-x^4+xy^2+y-1$ şeklindeki x ve y gibi iki tane değişkenden oluşan polinomlara iki değişkenli polinomlar denir. Bir P(x,y) 'nin derecesi x'in ve y'nin üsleri toplamının en büyüğüdür. Yukarıdaki örneğe göre der(P(x,y)) = 5 'tir.

ÖRNEK: $P(x,y) = x^3y^2-4xy^3+2y^2-3$ iki değişkenli polinomu veriliyor. Buna göre; $der(P(x^2,y^3)) = ?$

ÇÖZÜM: $P(x^2,y^3) = (x^2)^3(y^3)^2-4x^2(y^3)^3+2(y^3)^2-3$

$$= x^6y^6-4x^2y^9+2y^6-3$$

Öyleyse $der(P(x^2,y^3)) = 12$ bulunur.

İKİ POLİNOMUN EŞİTLİĞİ

İki polinomun eşit olabilmesi için derecelerinin ve aynı dereceli terimlerinin katsayılarının eşit olması gerekir.

ÖRNEK: $P(x) = ax^3-(2b-1)x^2+3x+4$ ve
$Q(x) = 5x^2-cx+2d-4$ polinomlarının eşit olması
için a, b, c, d ne olmalıdır? $+\ldots+a_1x+a_0$

ÇÖZÜM: $ax^3-(2b-1)x^2+3x+4 = 5x^2-cx+2d-4$

$\Rightarrow$ a = 0 ‘dır. Karşılıklı katsayıların eşitliğinden;

$-(2b-1) = 5$	$3 = -c$	$4 = 2d-4$
$-2b = 4$	$c = -3$	$2d = 8$
$b = -2$		$d = 4$

bulunur.

POLİNOMLARDA KATSAYILAR TOPLAMI

$P(x)= a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2}+...+a_1x+a_0$

polinomunda $x=1$ yazılırsa;

$P(1) =a_n+ a_{n-1}+ a_{n-2} +...+ a_1+ a_0$

katsayılar toplamı bulunur.

ÖRNEK: $P(3x+4) = 5x^3-7x^2-3x+5$ polinomu veriliyor.
P(x) polinomunun katsayılar toplamını bulunuz.

ÇÖZÜM: $P(3x+4) = P(1) \Rightarrow 3x+4 =1 \Rightarrow x = -1$ bulunur.

$P(3(-1)+4) = P(1) = 5.(-1)^3-7(-1)^2-3(-1)+5$

$P(1) = -5-7+3+5$

$P(1) = - 4$ bulunur.

POLİNOMLARDA SABİT TERİM

$P(x)= a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2}+...+a_1x+a_0$

polinomunda $x= 0$ yazılırsa;

$P(0) =a_n.0+ a_{n-1}.0+ a_{n-2} .0+...+ a_1.0+ a_0$

$P(0) = a_0$ bulunur. Bu a_0 sayısına polinomun sabit terimi denir

ÖRNEK: $P(2x+4) = 3x^2-x+7$ polinomu veriliyor.
P(x) polinomunun sabit terimini bulunuz.

ÇÖZÜM: $P(2x+4) = P(0) \Rightarrow 2x+4 = 0 \Rightarrow$ $x = -2$ bulunur.

$P(2(-2)+4) = P(0) = 3(-2)^2- (-2)+7$

$P(0) = 12+2+7$

$P(1) = 21$ bulunur.

POLİNOMLARDA TOPLAMA

İki polinom toplanırken dereceleri aynı olan terimlerin katsayıları toplanır.

ÖRNEK: $P(x) = 3x^3-7x^2+6x+2$ ve $Q(x) = 2x^3+x^2-7x+5$ polinomlarının toplamını bulunuz.

ÇÖZÜM: $P(x) + Q(x) = (3x^3-7x^2+6x+2) + (2x^3+x^2-7x+5)$

$= (3+2)x^3 + (-7+1)x^2 + (6-7)x + (2+5)$

$= 5x^3 - 6x^2 - x + 7$

POLİNOMLARDA ÇARPMA

P(x) ve Q(x) gibi iki polinomun çarpımı; P(x)'in her terimi, Q(x)'in her terimi ile ayrı ayrı çarpılarak yapılır.

ÖRNEK: $P(x) = 2x-1$ ve $Q(x) = x^3+3x^2+2$ polinomlarının çarpımını bulunuz.

ÇÖZÜM: $P(x).Q(x) = (2x-1).(x^3+3x^2+2)$

$$= 2x^4 + 6x^3 + 4x - x^3 - 3x^2 - 2$$

$$= 2x^4 + 5x^3 - 3x^2 + 4x - 2$$

m.dereceden bir polinomla ,
n.dereceden bir polinomun çarpımının,
(m+n). dereceden bir polinom olduğuna dikkat ediniz. Yani,

der [P(x).Q(x)] = der P(x) + der Q(x)