

## BASİT EŞİTSİZLİKLER

- $a > b$ ,  $a < b$ ,  $a \geq b$  veya  $a \leq b$  şeklindeki ifadelere **eşitsizlik** adını veriyoruz.

- Bir eşitsizliğin her iki yanına aynı sayı eklenir yada çıkarılırsa eşitsizliğin yönü değişmez.

$$-4 \leq x < 2 \Rightarrow -4+3 \leq x+3 < 2+3$$

$$-1 \leq x+3 < 5$$

- Bir eşitsizliği pozitif bir sayı ile çarparsa yada bölersek yön değişmez, negatif bir sayı ile çarparsa yada bölersek yön değişir.

$$-4 < x < 5 \Rightarrow \frac{3}{-4} < x < 5 \Rightarrow -12 < 3x < 15$$

$$-2 < x < 4 \Rightarrow \frac{-2}{-2} < x < 4 \Rightarrow -8 < -2x < 4$$

- $a < b$  iken  $c > 0 \Rightarrow a \cdot c < b \cdot c$   
 $c < 0 \Rightarrow a \cdot c > b \cdot c$

$$a^2 < 0 \Rightarrow 0 < a < 1 \text{ dir.}$$

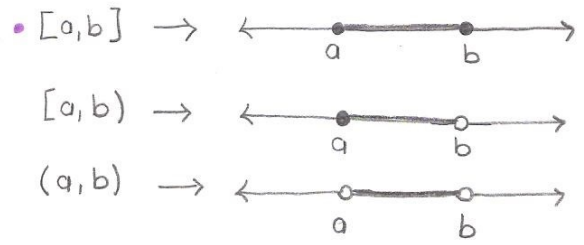
$$a < a^2 \Rightarrow a < 0 \text{ ya da } a > 1 \text{ dir.}$$

$$a^2 < -a \Rightarrow -1 < a < 0 \text{ dir.}$$

- Aynı yönlü eşitsizlikler taraf tarafa toplanabilir.

$$\begin{array}{rcl} -4 < x < 5 & & -5 < x \leq 3 \\ 3 < y < 10 & & -7 \leq y \leq 2 \\ + & & + \\ \hline -1 < x+y < 15 & & -12 < x+y \leq 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} < & \leq & \leq \\ < & & \\ + & + & + \\ \hline < & < & \leq \end{array}$$



- Aynı yönlü eşitsizlikler taraf tarafa çıkarılamaz. Öncelikle eşitsizliklerden biri (-) ile çarpılarak toplamaya dönüştürülür.

$$-4 < x < 5$$

$$-2 < y < 4 \Rightarrow x-y \text{ nin bulunması}$$

- İçin y li eşitsizlik (-) ile çarpılarak toplamaya dönüştürülür.

$$-4 < x < 5$$

$$\begin{array}{rcl} -1/-2 < y < 4 & \Rightarrow & -4 < x < 5 \\ & & -4 < -y < 2 \\ + & & \\ \hline & & -8 < x-y < 7 \end{array}$$

- Aynı yönlü eşitsizlikler taraf tarafa çarpılamaz. Çarpma yapılırken uç sınırlar birbiri ile çarpılarak en büyük ve en küçük değeri bulunur.

$$-4 < x < 7$$

$$-15 < y < -8 \Rightarrow x \cdot y \text{ nin bulunması için}$$

$$\begin{array}{ccc} +60, +32, -105, -56 \\ \text{en büyük} & & \text{en küçük} \end{array}$$

$$-105 < x \cdot y < 60$$

- Eşitsizliklerin kuvveti alınırken üç durum söz konusudur.

$\Rightarrow$  Her iki taraf (+) iken ister tek, ister çift kuvveti alınsın, hiç bir değişiklik olmaz.

$$2 < x < 3 \Rightarrow 4 < x^2 < 9$$

$$2 \leq x < 3 \Rightarrow 8 \leq x^3 < 27$$

⇒ Her iki taraf (-) ise tek kuvvet alınırken hiç bir değişiklik olmaz, çift kuvveti alınırsa yön değiştirilir.

$$-3 < x < -1 \Rightarrow -27 < x^3 < -1$$

$$-4 \leq x < -2 \Rightarrow -64 \leq x^3 < -8$$

$$-4 \leq x < -2 \Rightarrow 4 < x^2 \leq 16$$

⇒ Bir taraf pozitif, bir taraf negatif ise tek kuvvetlerde değişiklik olmaz, çift kuvvetlerde alt sınır daima sıfıra eşit ve büyük, üst sınır ise sınırlardan çift kuvveti daha büyük olundir.

$$-4 < x < 3 \Rightarrow -64 < x^3 < 27$$

$$-4 < x < 3 \Rightarrow 0 \leq x^2 < 16$$

$$-4 \leq x < 5 \Rightarrow 0 \leq x^2 < 25$$

$$-2 < x \leq 6 \Rightarrow 0 \leq x^2 \leq 36$$

1)  $3 < x < 10$  iken  $4x-3$  ifadesinin en büyük tam sayı değeri nedir?

$$4 / 3 < x < 10 \Rightarrow 12 < 4x < 40$$

$$9 < 4x-3 < 37$$

→ en fazla 36

2)  $x$  bir tam sayı ve  $3 < x < 10$  iken  $4x-3$  ifadesinin en büyük tam sayı değeri nedir?

;) Sorunun başında  $x$  in bir tam sayı olduğu belirtildiği için değer verilerek yapılır.

$$4x-3 = 36-3 = 33 \text{ (en fazla)}$$

↓  
9

3)  $3x+2 \leq 2x+5 < 3x+6$  eşitsizliklerini sağlayan kaç tane  $x$  tam sayısı vardır?

$$3x+2 \leq 2x+5 \text{ ya da } 2x+5 < 3x+6$$

$$x \leq 3$$

$$-1 < x$$

$$-1 < x \leq 3$$

$$\rightarrow \{0, 1, 2, 3\}$$

4 tane dir.

4)  $-5 < \frac{2a-4}{4} < 3$  eşitsizliğini

sağlayan kaç tane  $a$  tam sayısı vardır?

$$-20 < 2a-4 < 12$$

$$-16 < 2a < 16$$

$$-8 < a < 8$$

$$\rightarrow \{-7, -6, \dots, 6, 7\}$$

15 tane dir.

5)  $-3 < a \leq 5$  ve  $3a-2b=1$  olduğuna göre  $b$  hangi aralıkta değer alır?

$$3a-2b=1 \Rightarrow a = \frac{1+2b}{3}$$

$$-3 < \frac{1+2b}{3} \leq 5$$

$$-9 < 1+2b \leq 15$$

$$-10 < 2b \leq 14 \Rightarrow -5 < b \leq 7 \Rightarrow (-5, 7]$$

6)  $x+2y-12=0$  ve  $1 < y < 4$  ise  $x$  hangi aralıkta değer alır?

$$x+2y-12=0 \Rightarrow y = \frac{12-x}{2}$$

$$1 < \frac{12-x}{2} < 4$$

$$2 < 12-x < 8$$

$$-10 < -x < -4 \Rightarrow \text{her iki taraf } (-1) \text{ e bölünür.}$$

$$4 < x < 10 \quad (4, 10)$$

7)  $-2 < x < 5$   
 $4 < y < 9$  ise  $3x-5y$  nin alacağı en büyük tam sayı değeri nedir?

$$\begin{array}{rcl} 3/-2 < x < 5 & \Rightarrow & -6 < 3x < 15 \\ -5/4 < y < 9 & \Rightarrow & -45 < -5y < -20 \\ + & & \\ -51 < 3x-5y < -5 & & \\ \downarrow & & \\ \boxed{-6} & & \end{array}$$

8)  $x$  ve  $y$  birer tam sayıdır.

$-2 < x < 5$   
 $4 < y < 9 \Rightarrow 3x-5y$  nin alacağı en büyük tam sayı değeri nedir?

$3x-5y = 12-25 = -13$  (en büyük)  
 $\downarrow \quad \downarrow$   
 $4 \quad 5$

9)  $x$  ve  $y$  birer reel sayıdır.

$-2 < x < 5$   
 $4 < y < 9$  ise  $3x-5y$  nin alacağı en büyük tam sayı değeri nedir?

;) Hiç bir şey belirtmemesi ile reel sayı demesi aynı şeydir.  
 Cevap: -6

10)  $a$  ve  $b$  gerçel sayılardır.

$-4 < a \leq 7$   
 $-3 \leq b < 13$  ise  $2a-b$  nin en büyük tam sayı değeri nedir?

$$\begin{array}{rcl} -8 < 2a \leq 14 \\ -13 < -b \leq 3 \\ + & & \\ -21 < 2a-b \leq 17 \\ \downarrow & & \\ \boxed{17} & & \end{array}$$

11)  $x$  ve  $y$  birer reel sayıdır.

$-4 < x < 3$

$-1 < y < 5$  ise  $x-3y$  nin alacağı en küçük tam sayı değeri nedir?

$-4 < x < 3$

$-15 < -3y < 3$

$+$   
 $-19 < x-3y < 6$

$\downarrow$   
 $\boxed{-18}$

12)  $-3 < x \leq 4$

$2 \leq y < 5$  ise  $x^2+y^2$  nin en büyük tam sayı değeri ile en küçük tam sayı değerinin toplamı nedir?

$0 \leq x^2 \leq 16$

$4 \leq y^2 < 25$

$+$   
 $4 \leq x^2+y^2 < 41$

$\downarrow \quad \downarrow$   
 $\boxed{4} \quad \boxed{40}$

$4+40=44$

13)  $x$  ve  $y$  birer reel sayıdır.

$-3 < x < 7$

$-1 < y < 3$  ise  $x^2+y^3$  ün alacağı en büyük tam sayı değeri ile en küçük tam sayı değerinin toplamı nedir?

$0 \leq x^2 < 49$

$-1 < y^3 < 27$

$+$   
 $-1 < x^2+y^3 < 76$

$\downarrow \quad \downarrow$   
 $0 + 75 = 75$

14)  $a^2 < a$  ve  $7a + 2b = 3$  ise  $b$  hangi aralıkta değer alır?

$$a^2 < a \Rightarrow 0 < a < 1$$

$$a = \frac{3-2b}{7}$$

$$0 < \frac{3-2b}{7} < 1 \Rightarrow 0 < 3-2b < 7$$

$$-3 < -2b < 4$$

$$-2 < b < \frac{3}{2}$$

$$(-2, \frac{3}{2})$$

15)  $a^2 < -a$  ve  $3a - 2b = 5$  ise  $b$  hangi aralıkta değer alır?

$$a^2 < -a \Rightarrow -1 < a < 0$$

$$a = \frac{5+2b}{3}$$

$$-1 < \frac{5+2b}{3} < 0 \Rightarrow -3 < 5+2b < 0$$

$$-8 < 2b < -5$$

$$-4 < b < -\frac{5}{2}$$

$$(-4, -\frac{5}{2})$$

16)  $(\frac{3}{2})^{5x-6} > (\frac{2}{3})^{2x-8}$  olduğuna göre

$x$ 'in alacağı en küçük tam sayı değeri nedir?

$$(\frac{3}{2})^{5x-6} > (\frac{3}{2})^{-2x+8}$$

$$5x-6 > -2x+8$$

$$7x > 14$$

$$x > 2$$

$$\downarrow$$
  

$$\textcircled{3}$$

17)  $a^3 \cdot b^2 < 0$

$$b^3 \cdot c^4 < 0$$

$a^3 \cdot c^5 < 0$  olduğuna göre  $a, b, c$  nin işaretleri sırasıyla ne olmalıdır?

$$(-, -, +)$$

18)  $a \cdot b^5 \cdot c^4 < 0$

$$a \cdot c > 0$$

$a \cdot b^6 < 0$  olduğuna göre  $a, b, c$  nin işaretleri sırasıyla nedir?

$$(-, +, -)$$

19)  $a \cdot b^3 \cdot c^4 > 0$

$$a^5 \cdot b^4 \cdot c^2 < 0$$

$a \cdot b \cdot c > 0$  ise  $a, b, c$  nin işaretleri sırasıyla ne olmalıdır?

$$(-, -, +)$$

20)  $x$  bir reel sayı olmak üzere

$-2 < x < 7$  ise  $x^2 - 8x + 11$  ifadesinin alacağı en büyük tam sayı değeri nedir?

$$x^2 - 8x + 11 + 5 - 5 = (x-4)^2 - 5$$

önce  $(x-4)$  oluşturulmalı, sonra karesi alınmalı ve 5 çıkarılmalı

$$-2 < x < 7 \Rightarrow -6 < x-4 < 3$$

$$0 \leq (x-4)^2 < 36$$

$$-5 \leq (x-4)^2 - 5 < 31$$

$\downarrow$   
 $\textcircled{30}$  en büyük tam sayı