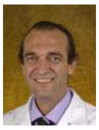


idensu

İletişim:
Mail: idensu@gmail.com

MATEMATİK	ÖZEL TANIMLI FONKSİYONLAR	Çalışma Notları
Alt konu	II. Dereceden Fonksiyonlar	

Sıra geldi 10. sınıfta gördüğümüz ve ayrıntılarıyla incelediğimiz II. dereceden fonksiyonlara ve bu fonksiyonların grafiklerine. Hemen şunu söyleyelim burada ayrıntılarına girmeden konu işlenecek ve bol örneklerle pekiştirme yapılacaktır. Konuyu daha iyi anlamak isteyen bir öğrencinin 10. sınıf 2. dereceden fonksiyonları incelemesini öneriyoruz.

TANIM: a,b,c birer gerçek sayı ve $a\neq 0$ olsun.

$f: IR \to IR$
$y=f(x)=a.x^2+b.x+c$ şeklindeki fonksiyonlara 2. dereceden bir bilinmeyenli ***polinom fonksiyon*** denir.

ÖRNEK:
$y=f(x)=(a-3).x^{a^2-7}+(4-a).x+5$ fonksiyonu II. dereceden polinom fonksiyon olduğuna göre bu polinomun katsayılar toplamı kaçtır?

A) 6   B) 5   C) 12   D) 10   E) 3

ÖRNEK:
$y=f(x)=(a+1).x^3+(a-5).x^2+2.x-3$ fonksiyonu II. dereceden polinom fonksiyon olduğuna göre bu polinomun katsayılar toplamı kaçtır?

A) –6   B) –7   C) –3   D) 0   E) 3

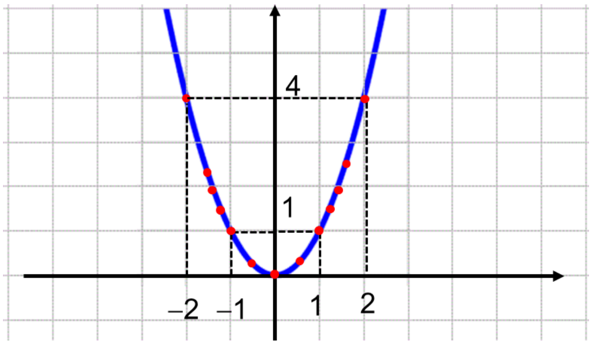
Biliyoruz ki her fonksiyonun bir grafiği var. Birinci dereceden fonksiyon grafiklerinin doğru olduğunu bir önceki derste gördük. Hatta geometri derslerinde bunu çok daha ayrıntılı incelediniz. Peki ya II. dereceden olan fonksiyonların grafikleri nasıldı? Şimdi bunu bir hatırlayalım.

TANIM: II. dereceden fonksiyonun grafiğine ***PARABOL*** adı verilir.
(Siz siz olun bu tanıma güvenmeyin ☹. Çünkü gerçekte Parabolün tanımı bu değil☹ Peki ya nedir? Bir doğruya ve sabit bir noktaya uzaklığı eşit olan noktaların geometrik yerine ***PARABOL*** denir.) Aslında II. dereceden bir bilinmeyenli fonksiyonumuz yukarıdaki tanımı gerçeklediği için grafiği bir paraboldür.

Basitten zora doğru II. dereceden bir fonksiyonun grafiğini çizmeye çalışalım. Önce en temeli olan $y=f(x)=x^2$ ile işe başlayalım.

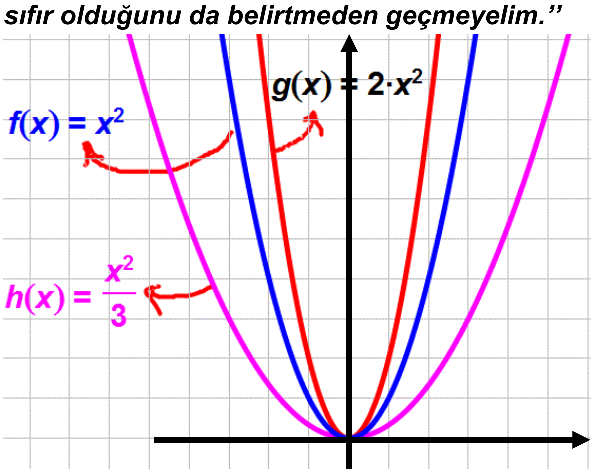
x	$-\infty$	-2	-1	0	1	2	$+\infty$
$f(x)=x^2$	$+\infty$	4	1	0	1	4	$+\infty$

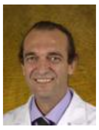
Bazı özel noktalar bulduk koordinat düzleminde bulduklarımızı işaretleyerek grafiğimizi çizelim.



Peki a=1 için bu grafiği çizdik. Eğer a=2 olsaydı grafiği çizebilir misiniz? Yani $y=2.x^2$ olsaydı Parabolün y değerleri bir önceki parabole göre nasıl değişir?

Kısaca şunu diyebilir miyiz?
"a>0 için a değerleri arttıkça parabolün kolları daralmakta y değerleri daha hızlı büyümektedir. Üstelik y değeri asla negatif değeri alamaz.Parabolün alabileceği en küçük değerin sıfır olduğunu da belirtmeden geçmeyelim."



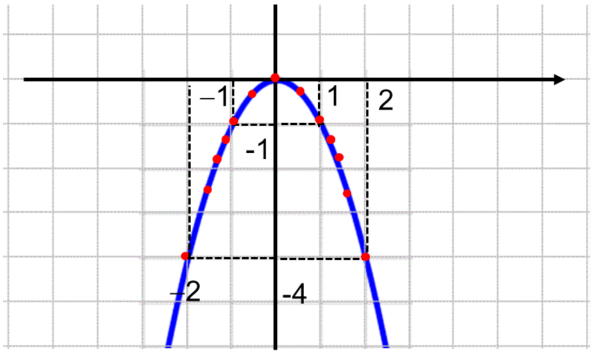


İletişim:
Mail: idensu@gmail.com

Şimdi de y=f(x) = $-x^2$ nin grafiğini çizelim.

x	$-\infty$	-2	-1	0	1	2	$+\infty$
$f(x)=-x^2$	$-\infty$	-4	-1	0	-1	-4	$-\infty$

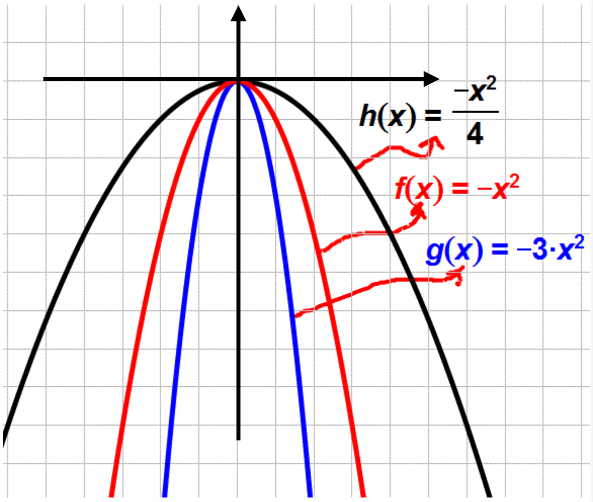
Koordinat düzleminde bulduklarımızı işaretleyerek grafiğimizi çizelim.



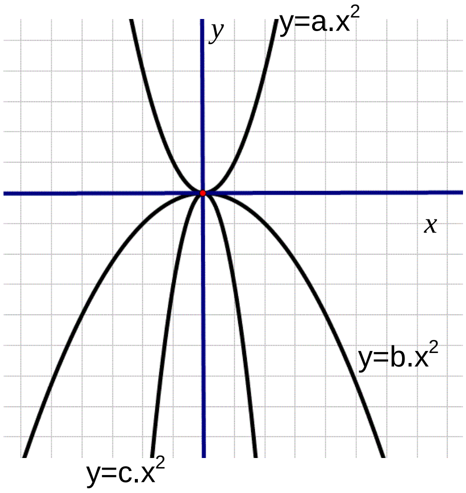
a=–1 için bu grafiği çizdik. Eğer a=–2 olsaydı grafiği çizebilir misiniz? Yani y =$-2.x^2$ olsaydı Parabolün y değerleri bir önceki parabole göre nasıl değişir?

O halde kısaca şunu diyebiliriz.

"a<0 için a değerleri azaldıkça parabolün kolları daralmakta y değerleri daha hızlı küçülmektedir.Üstelik y değeri asla pozitif değeri alamaz Parabolün alabileceği en büyük değerin sıfır olduğunu farkettiniz sanırım. İşte bu özel noktanın bir adı var. Bu noktaya parabolün TEPE NOKTASI denir."



ÖRNEK:

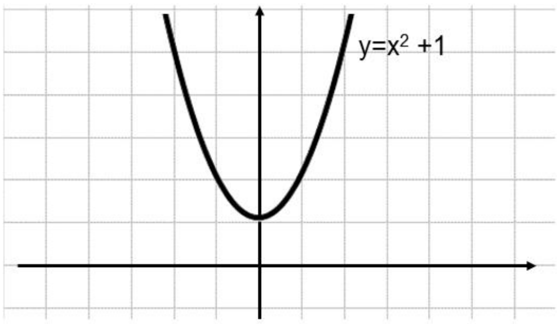


Yukarıda verilen fonksiyonların grafiklerine göre aşağıdakilerden hangisi yada hangileri <u>daima doğrudur?</u>

I. a.b.c<0 II. b.c+a>0 III. c < b < 0 < a

A) Yalnız I B) yalnız II C) Yalnız III
D) II ve III E) I ve II

Şimdi y=x^2 parabolünü y ekseni boyunca k birim ötelediğimizde elde edilen parabolü inceleyelim. Doğaldırki her bir y k birim ya yukarı ya da aşağı kayacaktır. Tabii k>0 ise yukarı k<0 ise aşağı. Aşağıda y=x^2 +1 in grafiğini görmektesiniz.

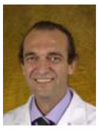


O halde y = $a.x^2 + k$ parabolünü çizmek için önce y =$a.x^2$ yi çizmek sonra da bu parabolü k birim ötelemek yeterli olmaktadır.

ÖRNEK:

y= $3.x^2$ (m–2).x– 9 parabolünün tepe noktası Oy ekseni üzerinde olduğuna göre; **parabolün ox eksenini kestiği noktalar aşağıdakilerden hangisidir?**

A) (-1,0),(1,0) B) (-2,0),(2,0) C) (-3,0),(3,0)
D) $(-\sqrt{2},0),(\sqrt{2},0)$ E) $(-\sqrt{3},0),(\sqrt{3},0)$

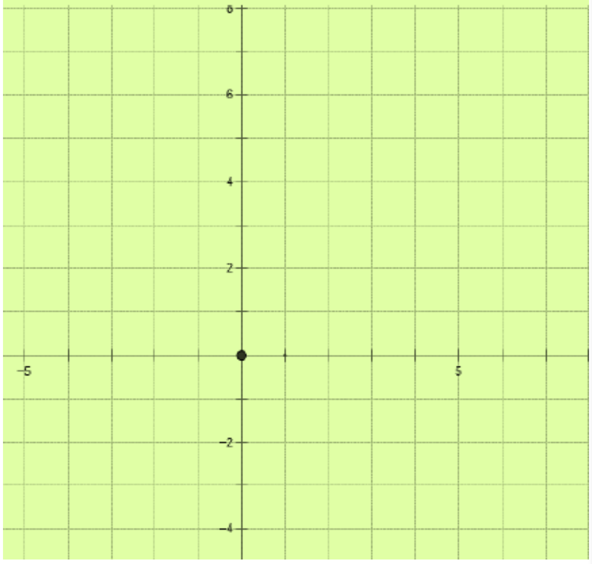


idensu

İletişim:
Mail: idensu@gmail.com

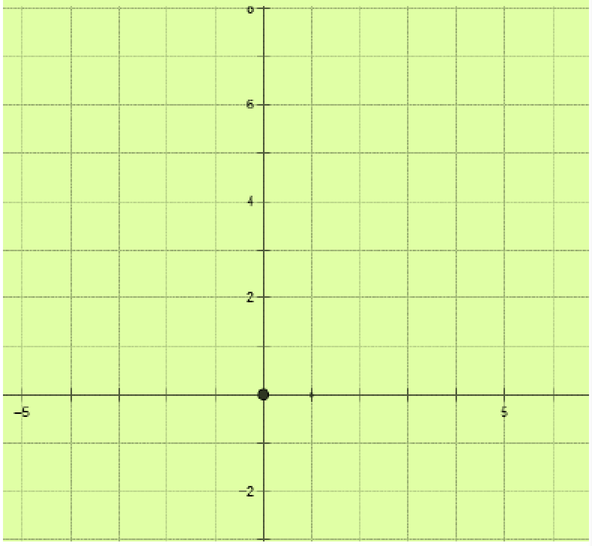
ÖRNEK:

$y = x^2 - 1$ in grafiğini çiziniz.



ÖRNEK:

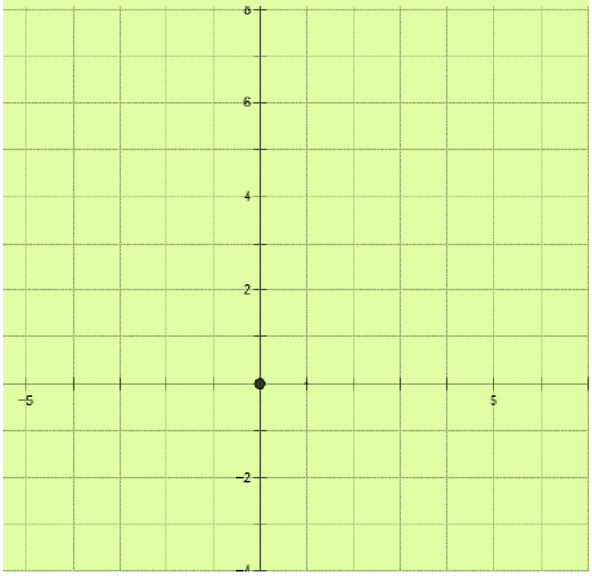
$y = 2x^2 + 1$ in grafiğini çiziniz.



Oy ekseni üzerinde kaydırdık şimdi de Ox ekseni boyunca kaydırmaya geldi sıra.

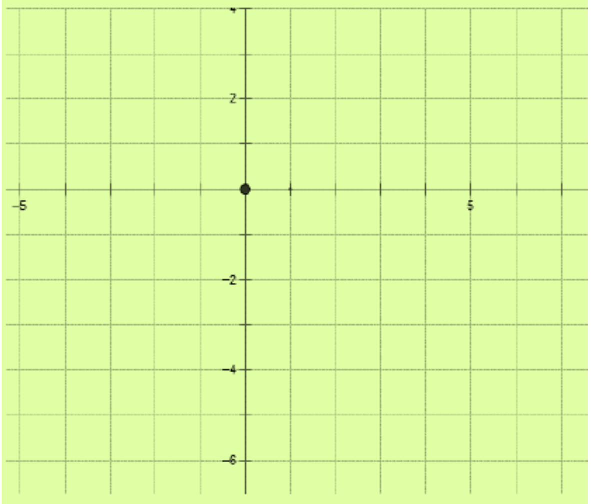
ÖRNEK:

$y = (x-1)^2$ in grafiğini çiziniz.

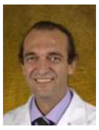


ÖRNEK:

$y = -(x+1)^2$ grafiğini çiziniz.



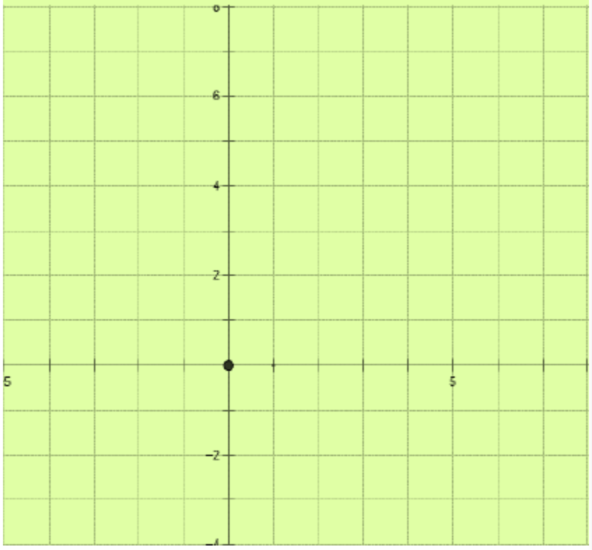
Oy ekseni üzerinde kaydırdık Ox ekseni boyunca da kaydırdık. Elbette ki bir sonra ki soru “tepe noktası hem Ox hemde Oy boyunca kaydırılırsa ne olur?”



İletişim:
Mail: idensu@gmail.com

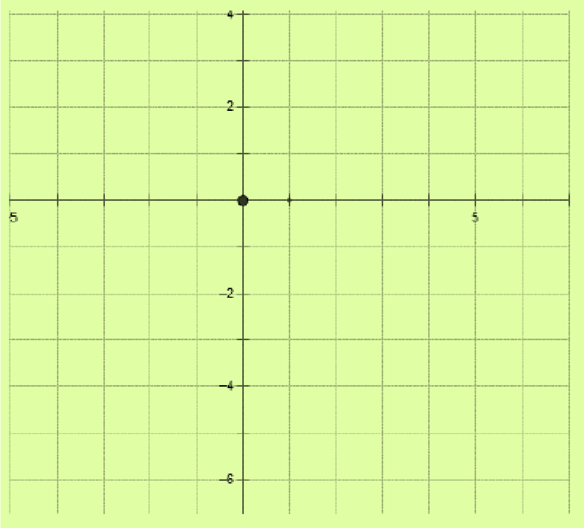
ÖRNEK:

$y = (x-1)^2 + 1$ in grafiğini çiziniz.

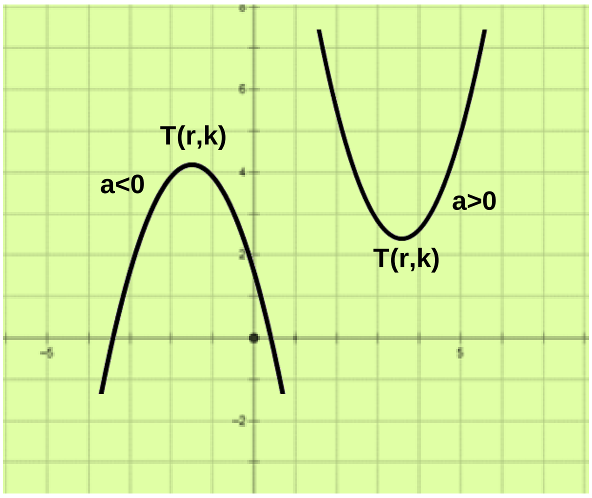


ÖRNEK:

$y = -(x+1)^2 + 1$ in grafiğini çiziniz.



Demek ki Tepe noktası T(r,k) olan bir parabolün genel denklemi $y=f(x)=a.(x-r)^2 + k$ şeklindedir.



Parabolün denklemini bir keresinde

$y=f(x)=a.(x-r)^2 + k$ I

bir keresinde de

$y=f(x)=a.x^2 + b.x + c$ II

şeklinde yazıldığını gördük. Bu iki denklemden birincisindeki kareyi açalım ve II ile eşitleyelim..

$y=f(x)=a.x^2 \mathbf{-2ar}.x+r^2 + k = a.x^2 + \mathbf{b}.x + c$

Polinom eşitliğinden -2.a.r=b olacağından;

$r = -\frac{b}{2a}$ olur. Yani bize bir parabol denklemi verildiğinde Tepe noktasının apsisini kolayca bulabiliriz.

ÖRNEK:

$y=f(x)= (m-2)x^2 -(3m+4).x+5$ parabolünün tepe noktasının apsisi 1 ise m kaçtır?

ÇÖZÜM: r=1 olduğundan $-\frac{b}{2.a} = -\frac{-(3m+4)}{2.(m-1)} = 1$

olmalıdır. Buradan m= –6 dır.