

A. İKİNCİ DERECEDEN BİR BİLİNMEYENLİ DENKLEMLER

$a \neq 0$, $a, b, c \in \mathbb{R}$, x bilinmeyen olmak üzere,
 $ax^2 + bx + c = 0$

ifadesine **ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklem** denir.

Eğer varsa, bu denklemi sağlayan x gerçek sayılarına **denklemin kökleri** ve bu köklerin oluşturduğu kümeye denklemin **çözüm kümesi** denir.

a, b ve c sayılarına da denklemin **kat sayıları** denir.

2. Genel Çözüm:

$a \neq 0$ olmak üzere, $ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olsun.

$$\Delta = b^2 - 4ac \text{ diskriminant}$$

a) $\Delta > 0$ ise, bu denklemin birbirinden farklı iki kökü vardır ve bu kökler;

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{ve} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ dir.}$$

b) $\Delta = 0$ ise, denklemin birbirine eşit (çakışık, çift katlı) iki kökü vardır. Bu durumda çözüm kümesi bir elemanlıdır.

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

c) $\Delta < 0$ ise, denkleminin reel kökü yoktur. Yani denklemin reel sayılardaki çözüm kümesi boş kümedir.

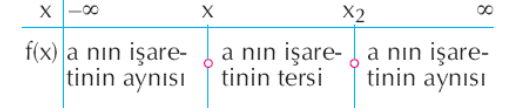
$$\mathbb{C} = \emptyset$$

B. EŞİTSİZLİKLER

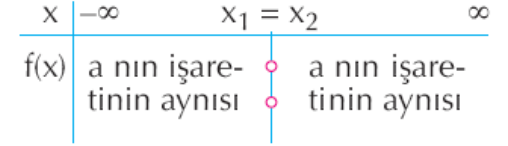
$f(x) > 0$ veya $f(x) \leq 0$ biçimindeki ifadeler eşitsizlik denir.

$f(x) = ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) fonksiyonunun işaretinin incelenmesi

1. $\Delta > 0$ ise

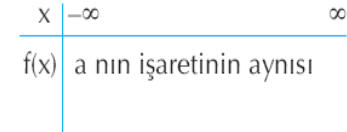


2. $\Delta = 0$ ise



Çift katlı köklerde $f(x)$ in işareti değişmez.

3. $\Delta < 0$ ise



$f(x) = ax^2 + bx + c$ biçimindeki ikinci dereceden fonksiyonların değeri x in bütün reel sayı değerleri için

- daima pozitif oluyorsa
 $a > 0$ ve $\Delta < 0$
- daima negatif oluyorsa
 $a < 0$ ve $\Delta < 0$

olmalıdır.

İkinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemi Çözmek

Kökleri bulabilmek için yapılan işlemlere denklemi çözmek denir.

İkinci dereceden denklemleri çözmek için iki farklı yöntem kullanılabilir.

1. Çarpanlara Ayırarak Çözmek:

$ax^2 + bx + c$ ifadesi birinci dereceden iki polinomun çarpımı şeklinde yazılabiliyorsa $ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin çözümü birinci dereceden iki denklemin çözümüne dönüşür.

$$ax^2 + bx + c = (m_1x_1 + n_1)(m_2x_2 + n_2) = 0$$

$$\Rightarrow x_1 = -\frac{n_1}{m_1} \text{ ve } x_2 = -\frac{n_2}{m_2} \text{ olur.}$$

İkinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemin Kökleri ile Kat Sayıları Arasındaki Bağlılıklar

$ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olsun.

$$1. \quad x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$2. \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

$$3. \quad |x_1 - x_2| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$$

Kökleri Verilen İkinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemin Yazılması

Kökleri x_1 ve x_2 olan ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklem;

$$(x - x_1)(x - x_2) = 0$$

$$x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1x_2 = 0$$

şeklinde oluşturulur.

İkinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemin Kök- lerinin İşareti

$\Delta < 0$	Denklemin reel kökü yoktur.		
$\Delta > 0$	$x_1 \cdot x_2 > 0$	$x_1 + x_2 < 0$	$x_1 < x_2 < 0$
		$x_1 + x_2 > 0$	$0 < x_1 < x_2$
		$x_1 + x_2 < 0$	$x_1 < 0 < x_2$ ve $ x_1 > x_2$
		$x_1 + x_2 > 0$	$x_1 < 0 < x_2$ ve $x_2 > x_1 $
		$x_1 + x_2 > 0$	$x_1 = 0$ ve $x_2 > 0$
$\Delta = 0$	$x_1 \cdot x_2 = 0$	$x_1 + x_2 < 0$	$x_1 = 0$ ve $x_2 < 0$
		$x_1 + x_2 > 0$	$x_1 = 0$ ve $x_2 > 0$
	$x_1 \cdot x_2 > 0$	$x_1 + x_2 < 0$	$0 < x_1 = x_2$
		$x_1 + x_2 > 0$	$x_1 = x_2 < 0$